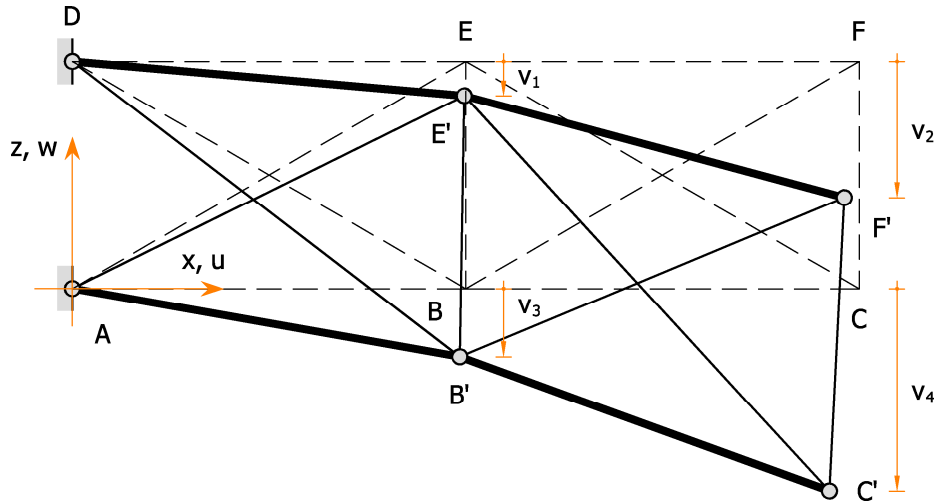
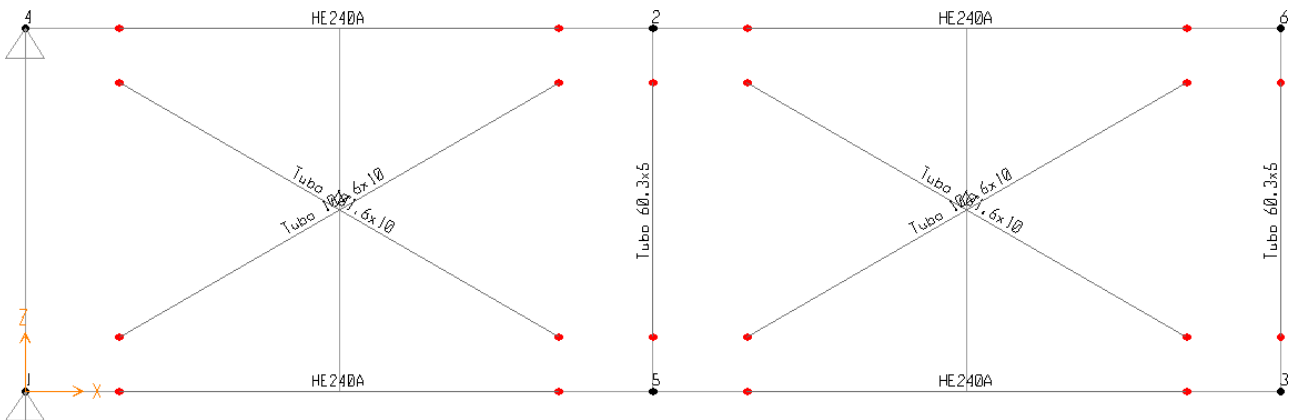




Prova d'esame del 30 giugno 2012 – Soluzione



Modello analitico: configurazione deformata



Modello numerico FEM: configurazione di riferimento



Coordinate lagrangiane:

$$\{v\} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -w_E \\ -w_F \\ -w_B \\ -w_C \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

Equazioni del moto in forma matriciale:

$$[M]\{\ddot{v}\} + [K]\{v\} = \{p\}. \quad (2)$$

Matrice di massa:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Matrice di rigidezza:

$$[K] = [K_{\text{elast}}] - [K_{\text{geom}}]. \quad (4)$$

Matrice di rigidezza elastica:

$$[K_{\text{elast}}] = \frac{E_s}{8a} \begin{bmatrix} 2A_{\phi 101.6 \times 10} + 8A_{\phi 60.3 \times 5} & 0 & -8A_{\phi 60.3 \times 5} & -A_{\phi 101.6 \times 10} \\ 0 & A_{\phi 101.6 \times 10} + 8A_{\phi 60.3 \times 5} & -A_{\phi 101.6 \times 10} & -8A_{\phi 60.3 \times 5} \\ -8A_{\phi 60.3 \times 5} & -A_{\phi 101.6 \times 10} & 2A_{\phi 101.6 \times 10} + 8A_{\phi 60.3 \times 5} & 0 \\ -A_{\phi 101.6 \times 10} & -8A_{\phi 60.3 \times 5} & 0 & A_{\phi 101.6 \times 10} + 8A_{\phi 60.3 \times 5} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Matrice di rigidezza geometrica:

$$[K_{\text{geom}}] = \frac{\sqrt{3} \bar{p}}{3a} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Vettore dei carichi:

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (7)$$



Prova d'esame del 16 giugno 2012 – Risposte

Cognome	Nome	Matricola M
XXX	YYY	400000

Massa nodi A e D m_1 [kg]	Massa nodi B e E m_2 [kg]	Massa nodi C e F m_3 [kg]	Lunghezza a [mm]
40000.0	80000.0	40000.0	3333.3

Max carico verticale \bar{q}_1 [kN]	Max carico verticale \bar{q}_2 [kN]	Max carico orizzont. \bar{p} [kN]	Carico critico \bar{p}_c [kN]
50.0	200.0	100.0	130838.4

Modo i	Analisi dinamica semplificata		Analisi dinamica FEM	
	Frequenza f_i [Hz]	Periodo T_i [s]	Frequenza f_i [Hz]	Periodo T_i [s]
1	2.053	0.487	1.514	0.661
2	4.955	0.202	4.044	0.247
3	6.804	0.147	6.378	0.157
4	9.297	0.108	8.114	0.123
5	-	-	9.259	0.108
6	-	-	11.565	0.086
7	-	-	17.697	0.057
8	-	-	19.407	0.052

Passo analisi time-history Δt [s]	Min spostam. verticale di E min w_E [mm]	Max spostam. verticale di E max w_E [mm]	Min spostam. verticale di F min w_F [mm]	Max spostam. verticale di F max w_F [mm]
0.005	-6.687	3.264	-13.020	3.710