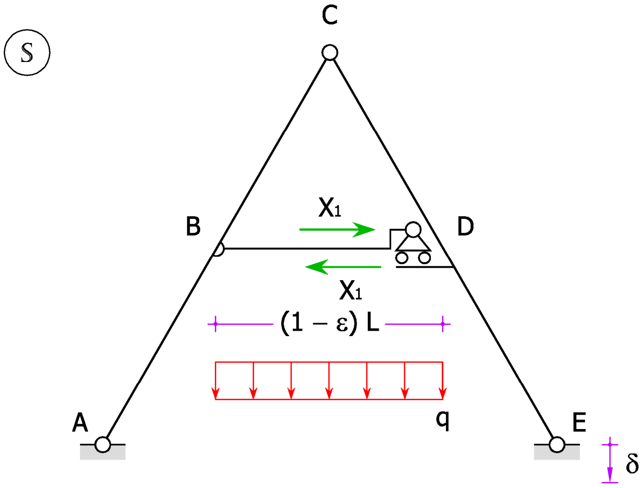
Prova d'esame del 21 luglio 2010 – Risposte

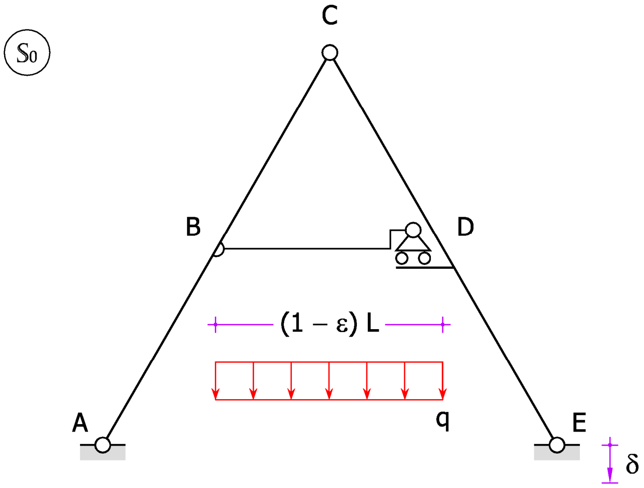
Problema A

Il sistema $\mathbb{S}$ è decomposto nella combinazione del sistema $\mathbb{S}_0$, nel quale agiscono le azioni esterne, e del sistema $\mathbb{S}_1$, nel quale agisce l'incognita iperstatica assunta unitaria, moltiplicato per X_1.



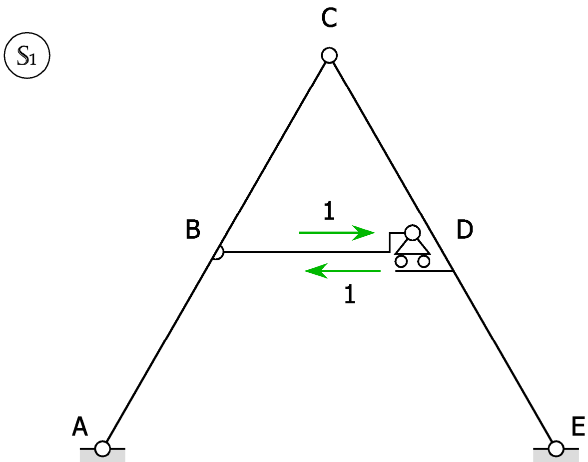
=

=

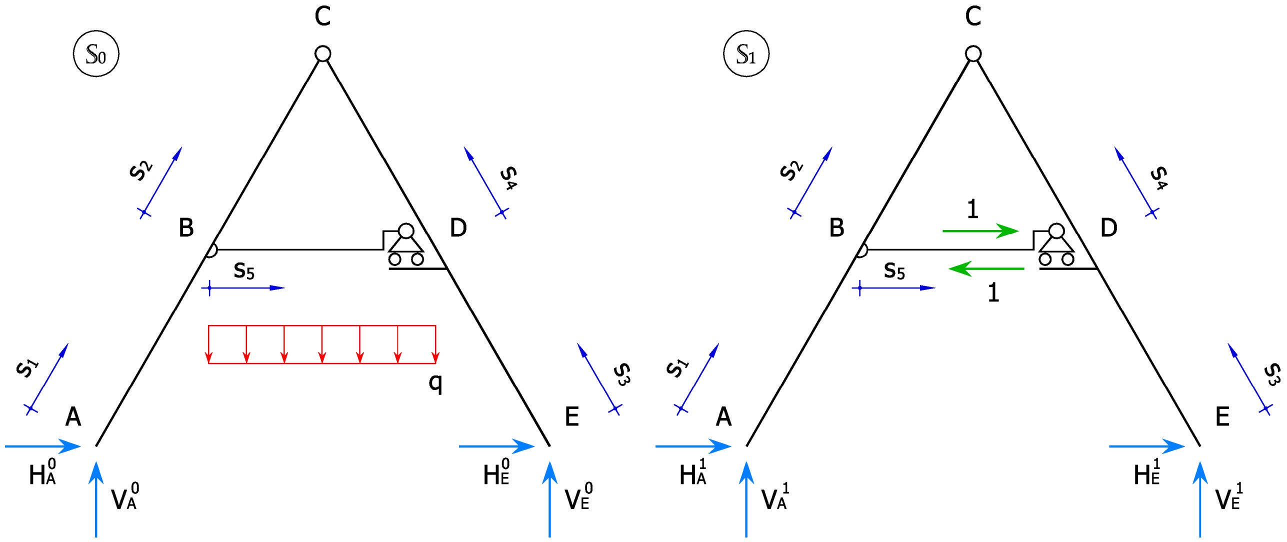


+

+ X_1



I problemi relativi ai sistemi S_0 ed S_1, staticamente determinati, possono essere risolti grazie alle sole equazioni di equilibrio. A tale scopo, si considerano le strutture in questione private dei vincoli esterni, sostituiti dalle opportune reazioni vincolari, come mostrato nella figura seguente.



Reazioni vincolari in S_0:

$$H_A^0 = \frac{\sqrt{3}}{12} qL, \quad V_A^0 = \frac{1}{2} qL, \quad H_E^0 = -\frac{\sqrt{3}}{12} qL, \quad V_E^0 = \frac{1}{2} qL.$$

Reazioni vincolari in S_1:

$$H_A^1 = -\frac{1}{2}, \quad V_A^1 = 0, \quad H_E^1 = \frac{1}{2}, \quad V_E^1 = 0.$$

Caratteristiche della sollecitazione in S_0 (sui tratti ED e DC le CdS sono uguali a quelle su AB e BC per la simmetria della struttura e dei carichi):

$$\begin{cases} N_{AB}^0(s_1) = -\dfrac{7\sqrt{3}}{24} qL, \\ T_{AB}^0(s_1) = \dfrac{1}{8} qL, \\ M_{AB}^0(s_1) = \dfrac{1}{8} qLs_1; \end{cases} \qquad \begin{cases} N_{BC}^0(s_2) = -\dfrac{\sqrt{3}}{24} qL, \\ T_{BC}^0(s_2) = -\dfrac{1}{8} qL, \\ M_{BC}^0(s_2) = -\dfrac{1}{8} qLs_2 + \dfrac{1}{8} qL^2; \end{cases} \qquad \begin{cases} N_{BD}^0(s_5) = 0, \\ T_{BD}^0(s_5) = \dfrac{1}{2} qL - qs_5, \\ M_{BD}^0(s_5) = \dfrac{1}{2} qLs_5 - \dfrac{1}{2} qs_5^2. \end{cases}$$

Caratteristiche della sollecitazione in S_1 (sui tratti ED e DC le CdS sono uguali a quelle su AB e BC per la simmetria della struttura e dei carichi):

$$\begin{cases} N_{AB}^1(s_1) = \dfrac{1}{4}, \\ T_{AB}^1(s_1) = \dfrac{\sqrt{3}}{4}, \\ M_{AB}^1(s_1) = \dfrac{\sqrt{3}}{4} s_1; \end{cases} \qquad \begin{cases} N_{BC}^1(s_2) = -\dfrac{1}{4}, \\ T_{BC}^1(s_2) = -\dfrac{\sqrt{3}}{4}, \\ M_{BC}^1(s_2) = -\dfrac{\sqrt{3}}{4} s_2 + \dfrac{\sqrt{3}}{4} L; \end{cases} \qquad \begin{cases} N_{BD}^1(s_5) = 1, \\ T_{BD}^1(s_5) = 0, \\ M_{BD}^1(s_5) = 0. \end{cases}$$

Coefficienti di Müller-Breslau:

$$\eta_1 = 0, \qquad \eta_{10} = \frac{\sqrt{3}}{24}\frac{qL^4}{EJ} - \varepsilon L, \qquad \eta_{11} = \frac{L^3}{4EJ} + \frac{L}{EA}.$$

Incognita iperstatica:

$$\eta_1 = \eta_{10} + X_1\eta_{11} = 0 \quad \Rightarrow \quad X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = -\frac{\frac{\sqrt{3}}{24}\frac{qL^3}{EJ} - \varepsilon}{\frac{L^2}{4EJ} + \frac{1}{EA}}.$$

Problema B

Tensore delle piccole deformazioni:

$$[E] = \frac{1}{100}\begin{bmatrix} 0 & \cos\frac{2\pi\, x_2}{a} & 0 \\ \cos\frac{2\pi\, x_2}{a} & 1 & \frac{x_2}{a} \\ 0 & \frac{x_2}{a} & 0 \end{bmatrix}.$$

Tensore degli sforzi:

$$[T] = \frac{1}{100}\begin{bmatrix} \lambda & 2\mu\cos\frac{2\pi\, x_2}{a} & 0 \\ 2\mu\cos\frac{2\pi\, x_2}{a} & \lambda + 2\mu & 2\mu\frac{x_2}{a} \\ 0 & 2\mu\frac{x_2}{a} & 0 \end{bmatrix}.$$

Forze di superficie sulle facce ABFE ($x_2 = 0$, $\mathbf{n}_1 \equiv (0, -1, 0)^T$) e CDHG ($x_2 = a$, $\mathbf{n}_2 \equiv (0, 1, 0)^T$):

$$\{q_1\} = [T]\{n_1\} = \begin{Bmatrix} -\frac{\mu}{50} \\ -\frac{\lambda + 2\mu}{100} \\ 0 \end{Bmatrix}, \qquad \{q_2\} = [T]\{n_2\} = \begin{Bmatrix} \frac{\mu}{50} \\ \frac{\lambda + 2\mu}{100} \\ \frac{\mu}{50} \end{Bmatrix}.$$

Forze di volume:

$$\{p\} = -\mathrm{div}[T] = \begin{Bmatrix} \frac{\mu\pi}{25\, a}\sin\frac{2\pi\, x_2}{a} \\ 0 \\ -\frac{\mu}{50\, a} \end{Bmatrix}.$$