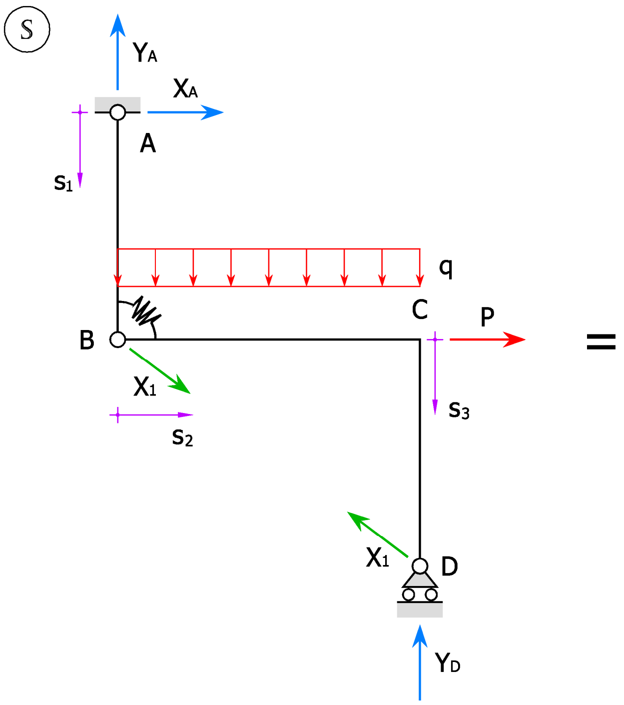
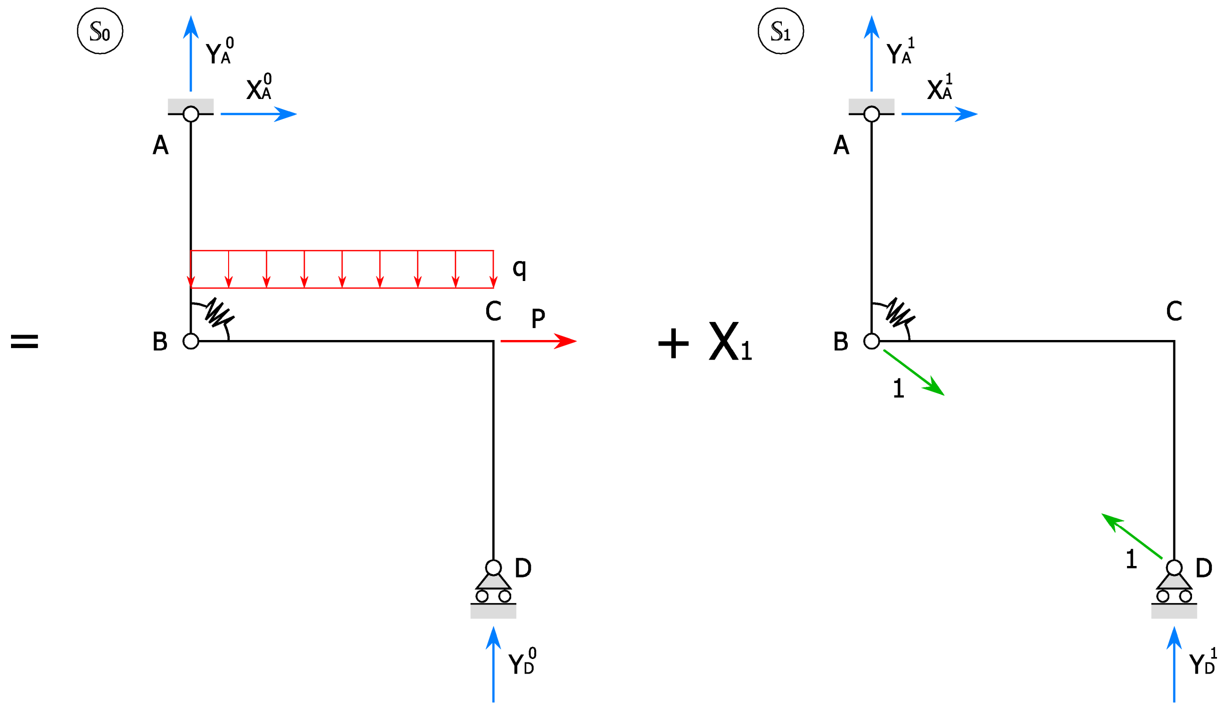
Prova scritta dell'8 gennaio 2013 – Soluzione

Problema A

Assunta come incognita iperstatica X_1 la forza normale nell'asta BD, si decompone il sistema equivalente $\mathbb{S}$ nella somma del sistema $\mathbb{S}_0$ e del sistema $\mathbb{S}_1$ moltiplicato per X_1.





Sistema $\mathcal{S}_0$

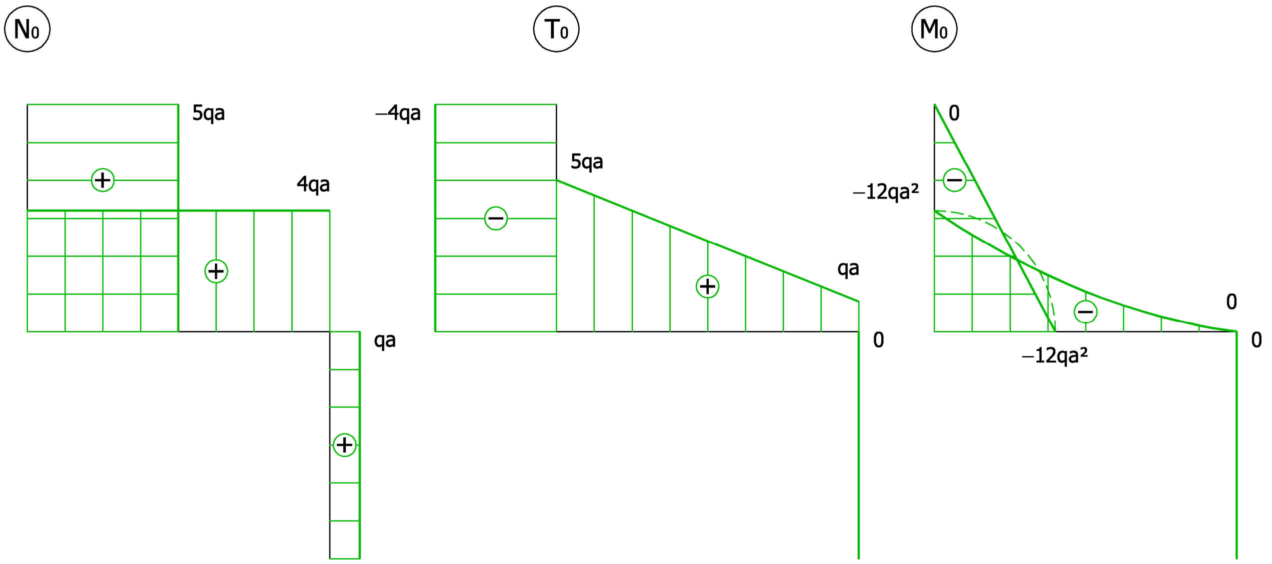
Reazioni vincolari:

$$X_A^0 = -P, \quad Y_A^0 = 5qa, \quad Y_D^0 = -qa.$$

Caratteristiche della sollecitazione:

Trave n.	Estremi IJ	Ascissa	Forza normale N_{IJ}^0	Forza di taglio T_{IJ}^0	Momento flettente M_{IJ}^0
1	AB	$0 \le s_1 \le 3a$	$5qa$	$-4qa$	$-4qas_1$
2	BC	$0 \le s_2 \le 4a$	$4qa$	$-qs_2 + 5qa$	$-\frac{1}{2}qs_2^2 + 5qas_2 - 12qa^2$
3	CD	$0 \le s_3 \le 3a$	qa	0	0

Diagrammi:



Sistema $\mathcal{S}_1$

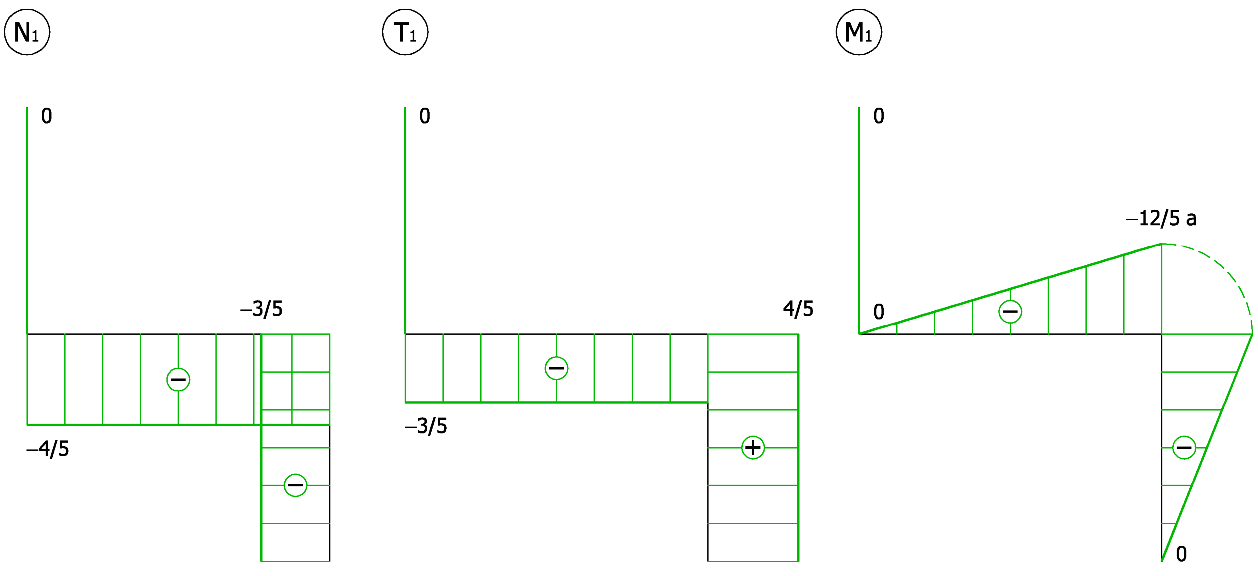
Reazioni vincolari:

$$X_A^1 = 0, \quad Y_A^1 = 0, \quad Y_D^1 = 0.$$

Caratteristiche della sollecitazione:

Trave n.	Estremi IJ	Ascissa	Forza normale N_{IJ}^1	Forza di taglio T_{IJ}^1	Momento flettente M_{IJ}^1
1	AB	$0 \le s_1 \le 3a$	0	0	0
2	BC	$0 \le s_2 \le 4a$	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{3}{5}s_2$
3	CD	$0 \le s_3 \le 3a$	$-\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}s_3 - \frac{12}{5}a$

Diagrammi:



Determinazione dell'incognita iperstatica
Equazione di Müller-Breslau:

$$\eta_1 = \eta_{10} + X_1\eta_{11} = -5a\left(\frac{X_1}{EA} + \bar{\varepsilon}\right).$$

Teorema dei lavori virtuali:

$$\mathcal{L}_e^{1\to 0} = 1\cdot\eta_{10} = \mathcal{L}_i^{1\to 0} = \int_\Omega M_{IJ}^1 \kappa_{IJ}^0 ds = \int_\Omega M_{IJ}^1 \frac{M_{IJ}^0}{EJ} ds,$$
$$\mathcal{L}_e^{1\to 1} = 1\cdot\eta_{11} = \mathcal{L}_i^{1\to 1} = \int_\Omega M_{IJ}^1 \kappa_{IJ}^1 ds = \int_\Omega \frac{(M_{IJ}^1)^2}{EJ} ds.$$

N.B.: la molla rotazionale non dà contributi in quanto nel sistema $\mathcal{S}_1$ risulta scarica.

Coefficienti dell'equazione:

$$\eta_{10} = \frac{64}{5}\frac{qa^4}{EJ}, \quad \eta_{11} = \frac{336}{25}\frac{a^3}{EJ}.$$

Incognita iperstatica

$$X_1 = -\frac{320\,qa^3 + 125\,EJ\,\bar{\varepsilon}}{336\,EAa^2 + 125\,EJ}EA.$$

Problema B

Caratteristiche geometriche della sezione (il baricentro cade a metà altezza e gli assi x e y sono assi principali d'inerzia):

$$A = 8\,at, \quad J_x = 4\,a^3 t, \quad J_t = \frac{8}{3} a t^3 .$$

Caratteristiche della sollecitazione non nulle:

$$T_y = P, \quad M_x = 10\,Pa, \quad M_z = Pa .$$

Tensioni sulle corde:

Corda n.	Ordinata y	Momento statico S_x^+	Tensione normale $\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$	Tensione tangenziale da taglio $\tau_{z\eta} = \frac{T_y S_x^+}{J_x t}$	Tensione tangenziale max da torsione $\tau_{z\eta} = \frac{M_z}{J_t} t$	Tensione ideale massima $\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{z\eta}^2}$
1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}a$	0	$-\frac{5\sqrt{3}}{4}\frac{P}{at}$	0	$\frac{3}{8}\frac{P}{t^2}$	$\frac{\sqrt{3}}{16}\frac{P}{at}\sqrt{400 + 9(\frac{a}{t})^2}$
2	$-\frac{\sqrt{3}}{2}a$	$\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 t$	$-\frac{5\sqrt{3}}{4}\frac{P}{at}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}\frac{P}{at}$	$\frac{3}{8}\frac{P}{t^2}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}\frac{P}{at}\sqrt{100 + (\sqrt{3} + 3\frac{a}{t})^2}$
3	0	$\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2 t$	0	$\frac{3\sqrt{3}}{16}\frac{P}{at}$	$\frac{3}{8}\frac{P}{t^2}$	$\frac{3\sqrt{3}}{16}\frac{P}{at}\sqrt{(\sqrt{3} + 2\frac{a}{t})^2}$
4	$\frac{\sqrt{3}}{2}a$	$\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 t$	$\frac{5\sqrt{3}}{4}\frac{P}{at}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}\frac{P}{at}$	$\frac{3}{8}\frac{P}{t^2}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}\frac{P}{at}\sqrt{100 + (\sqrt{3} + 3\frac{a}{t})^2}$