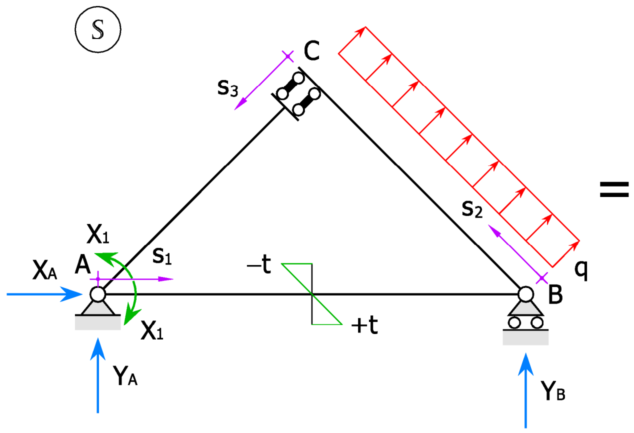
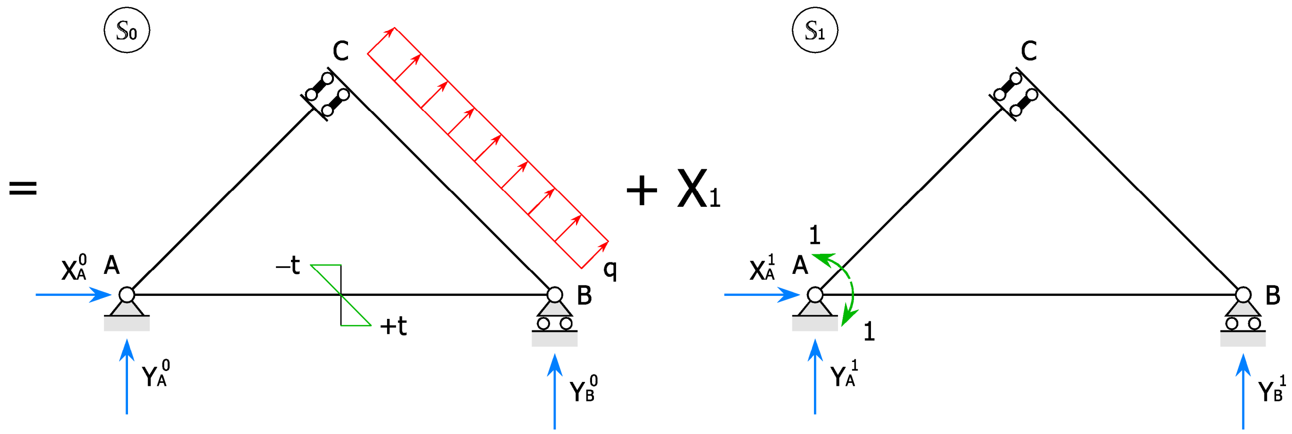
Prova scritta del 28 gennaio 2013 – Soluzione

Problema A

Assunta come incognita iperstatica X_1 la coppia trasmessa dalla molla in A, si decompone il sistema equivalente $\mathbb{S}$ nella somma del sistema $\mathbb{S}_0$ e del sistema $\mathbb{S}_1$ moltiplicato per X_1.





Sistema $\mathbb{S}_0$

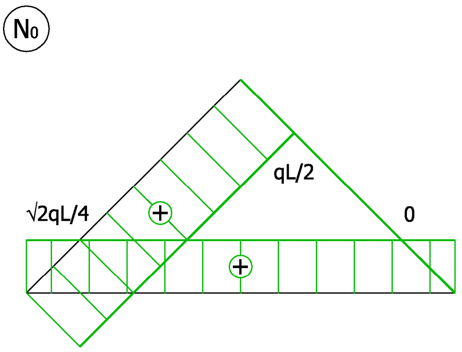
Reazioni vincolari:

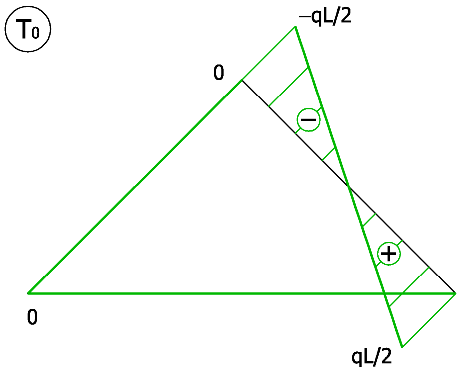
$$X_A^0 = -\frac{\sqrt{2}}{2}qL, \quad Y_A^0 = -\frac{\sqrt{2}}{4}qL, \quad Y_B^0 = -\frac{\sqrt{2}}{4}qL.$$

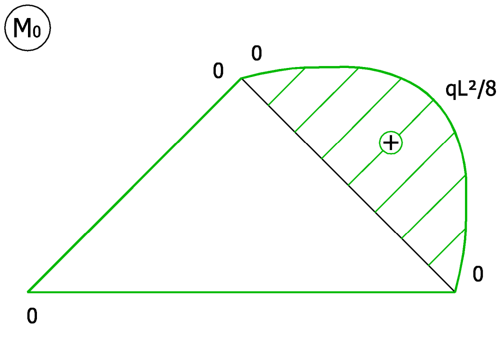
Caratteristiche della sollecitazione:

Trave n.	Estremi IJ	Ascissa	Forza normale N_{IJ}^0	Forza di taglio T_{IJ}^0	Mom. flettente M_{IJ}^0	Curvatura κ_{IJ}^0
1	AB	$0 \le s_1 \le \sqrt{2}L$	$\frac{\sqrt{2}}{4}qL$	0	0	$\frac{2\alpha t}{h}$
2	BC	$0 \le s_2 \le L$	0	$\frac{1}{2}qL - qs_2$	$\frac{1}{2}qLs_2 - \frac{1}{2}qs_2^2$	$\frac{q}{2EJ}s_2(L - s_2)$
3	CA	$0 \le s_3 \le L$	$\frac{1}{2}qL$	0	0	0

Diagrammi:







Sistema $\mathbb{S}_1$

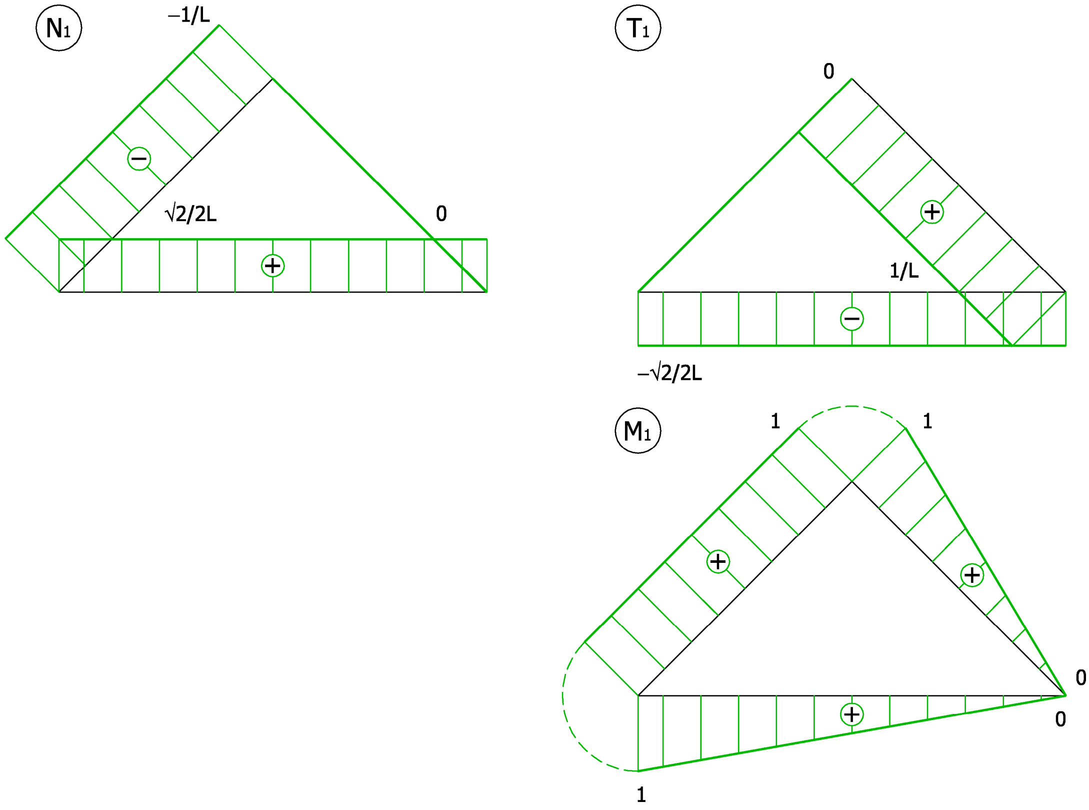
Reazioni vincolari:

$$X_A^1 = 0, \quad Y_A^1 = 0, \quad Y_B^1 = 0.$$

Caratteristiche della sollecitazione:

Trave n.	Estremi IJ	Ascissa	Forza normale N_{IJ}^1	Forza di taglio T_{IJ}^1	Mom. flettente M_{IJ}^1	Curvatura κ_{IJ}^1
1	AB	$0 \le s_1 \le \sqrt{2}L$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{L}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{L}$	$1-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{s_1}{L}$	$\frac{1}{EJ}(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{s_1}{L})$
2	BC	$0 \le s_2 \le L$	0	$\frac{1}{L}$	$\frac{s_2}{L}$	$\frac{1}{EJ}\frac{s_2}{L}$
3	CA	$0 \le s_3 \le L$	$-\frac{1}{L}$	0	1	$\frac{1}{EJ}$

Diagrammi:



Determinazione dell'incognita iperstatica
Equazione di Müller-Breslau:

$$\eta_1 = \eta_{10} + X_1 \eta_{11} = -\frac{X_1}{k_0}.$$

Teorema dei lavori virtuali:

$$\mathcal{L}_e^{1\to 0} = 1 \cdot \eta_{10} = \mathcal{L}_i^{1\to 0} = \int_\Omega M_{IJ}^1 \kappa_{IJ}^0 ds,$$

$$\mathcal{L}_e^{1\to 1} = 1 \cdot \eta_{11} = \mathcal{L}_i^{1\to 1} = \int_\Omega M_{IJ}^1 \kappa_{IJ}^1 ds.$$

Coefficienti:

$$\eta_{10} = \sqrt{2}\frac{\alpha t L}{h} + \frac{1}{24}\frac{qL^3}{EJ}, \quad \eta_{11} = \frac{4+\sqrt{2}}{3}\frac{L}{EJ}.$$

Incognita iperstatica

$$X_1 = -\frac{\dfrac{qL^2}{8} + 3\sqrt{2}\dfrac{\alpha t}{h}EJ}{4 + \sqrt{2} + 3\dfrac{EJ}{k_0 L}}.$$

Problema B
Caratteristiche geometriche della sezione (il baricentro cade a metà altezza e gli assi x e y sono assi principali d'inerzia):

$$A = 18\,at, \quad J_x = \frac{106}{3}a^3 t.$$

Caratteristiche della sollecitazione non nulle:

$$N = 4\,P, \quad T_y = 2\,P, \quad M_x = Pa.$$

Tensioni sulle corde:

Corda	Ordinata	Momento statico	Tensione normale	Tensione tangenziale da taglio	Tensione ideale massima
n.	y	S_x^+	$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y$	$\tau_{z\eta} = \frac{T_y S_x^+}{J_x t}$	$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{z\eta}^2}$
1	$-2a$	$\frac{11}{2}a^2 t$	$(\frac{2}{9} - \frac{3}{53})\frac{P}{at}$	$\frac{33}{212}\frac{P}{at}$	$0.316\frac{P}{at}$
2	0	$\frac{23}{2}a^2 t$	$\frac{2}{9}\frac{P}{at}$	$\frac{69}{212}\frac{P}{at}$	$0.606\frac{P}{at}$
3	a	$\frac{17}{2}a^2 t$	$(\frac{2}{9} + \frac{3}{106})\frac{P}{at}$	$\frac{102}{212}\frac{P}{at}$	$0.870\frac{P}{at}$
4	$2a$	$\frac{7}{2}a^2 t$	$(\frac{2}{9} + \frac{3}{53})\frac{P}{at}$	$\frac{42}{212}\frac{P}{at}$	$0.442\frac{P}{at}$