Università di Pisa
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Soluzione della prova scritta del 14 gennaio 2013 – parte I

Problema. Nella struttura mostrata in figura la trave *BCD* è flessibile (ma inestensibile), mentre tutte le altre sono estensibili. La trave *BCD* è soggetta ad un carico distribuito trasversale costante di intensità *p*, mentre la trave *AB* presenta il difetto di lunghezza indicato.

1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *DC* e *CB* che permettono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica [assumendo noti i valori dello sforzo normale nelle aste *AB* e *CE*, ponendoli uguali, rispettivamente a N_{AB} e N_{CE}], sono:

$$-EJv_1^{IV}(s_1) = -p\,, \text{ e } -EJv_2^{IV}(s_2) = -p\,;$$

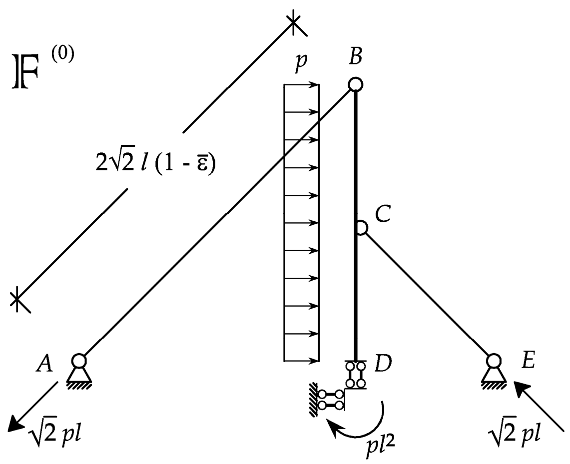
$$v_1^{I}(0) = 0\,, \qquad -EJv_1^{II}(l) = -EJv_2^{II}(0)\,,$$

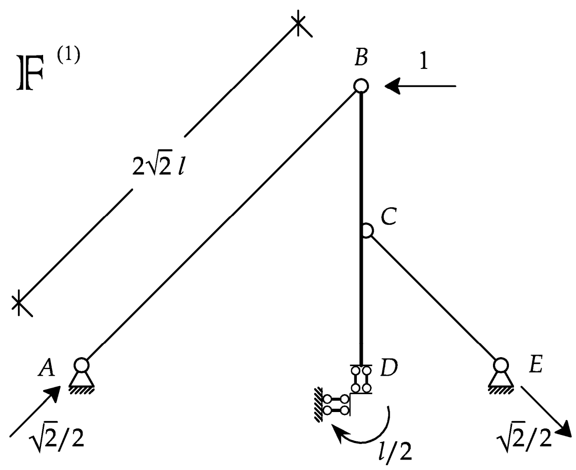
$$-EJv_1^{III}(0) = 0\,, \qquad -EJv_1^{III}(l) = -EJv_2^{III}(0) + \frac{\sqrt{2}}{2}N_{CE}\,,$$

$$v_1(l) = v_2(0)\,, \qquad -EJv_2^{II}(l) = 0\,,$$

$$v_1^{I}(l) = v_2^{I}(0)\,, \qquad -EJv_2^{III}(l) + k_1 v_2(l) + \frac{\sqrt{2}}{2}N_{AB} = 0\,.$$

2) Il sistema effettivo può essere scomposto nei due sottosistemi seguenti, avendo scelto il valore della reazione esercitata dall'appoggio elastico in *B* quale incognita iperstatica X_1.

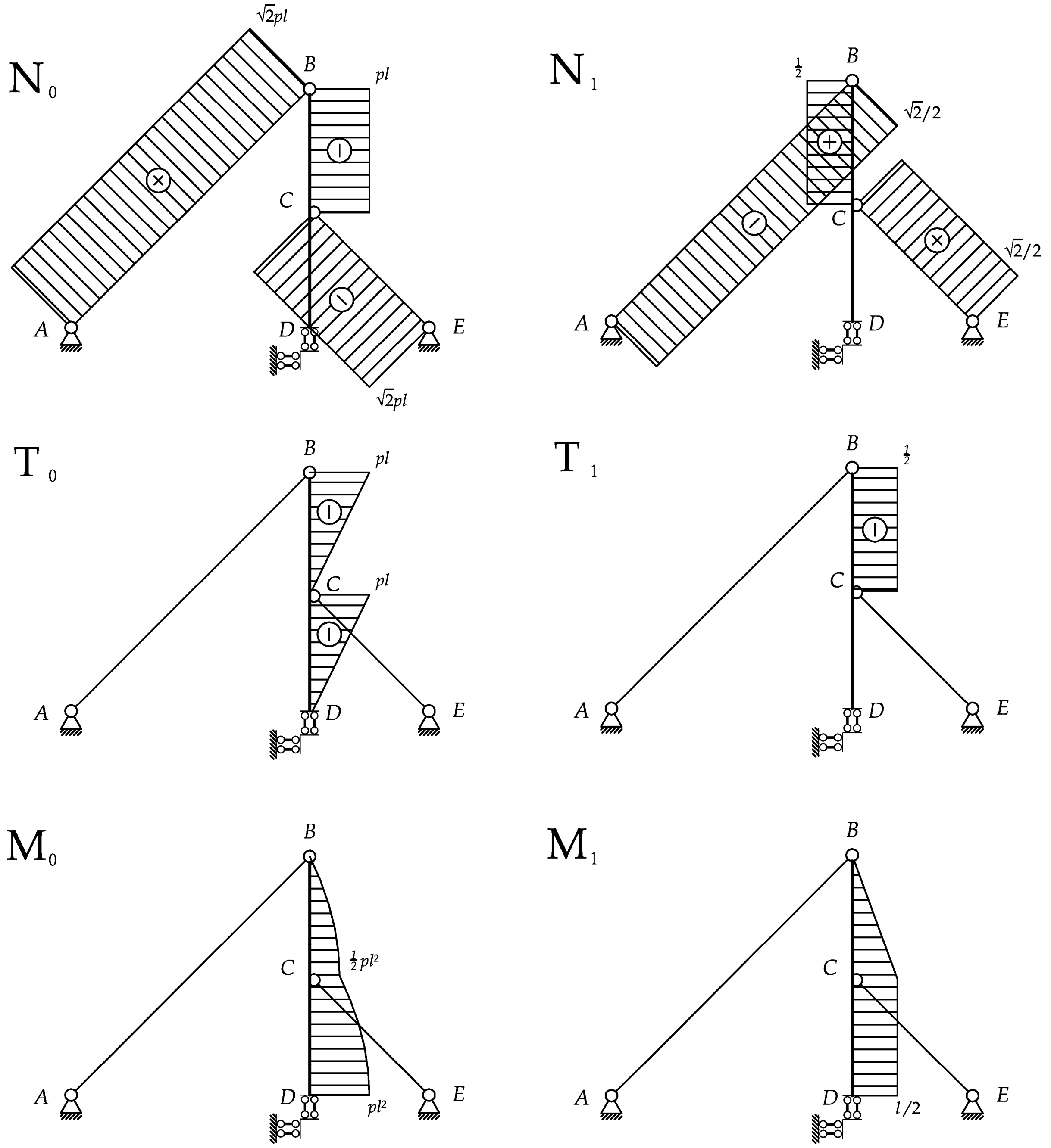




Le espressioni delle caratteristiche della sollecitazione sono:

	N_0	T_0	M_0	N_1	T_1	M_1
AB	$\sqrt{2}pl$	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
BC	$-pl$	$-ps_2$	$\frac{1}{2}p(l^2 - s_2^2)$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}(l - s_2)$
CD	0	$-ps_1$	$p(l^2 - \frac{1}{2}s_1^2)$	0	0	$l/2$
CE	$-\sqrt{2}pl$	0	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0

con s_1 e $s_2 \in [0, l]$, per le quali possono essere tracciati i seguenti diagrammi quotati:



I coefficienti di Müller-Breslau sono:

$$\eta_1 = -\frac{X_1}{k_1}, \qquad \eta_{10} = 2l\bar{\varepsilon} - 3\sqrt{2}\,\frac{pl^2}{EA} + \frac{25}{48}\frac{pl^4}{EJ}, \qquad \eta_{11} = \frac{3\sqrt{2}}{2}\frac{l}{EA} + \frac{l^3}{3EJ},$$

da cui:

$$X_1 = \frac{3\sqrt{2}\,\dfrac{pl^2}{EA} - \dfrac{25}{48}\dfrac{pl^4}{EJ} - 2l\bar{\varepsilon}}{\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\dfrac{l}{EA} + \dfrac{l^3}{3EJ} + \dfrac{1}{k_1}}.$$

3) $\quad N_{AB} = \dfrac{EA}{4l}(v_B + w_B) + EA\bar{\varepsilon}, \;\; N_{CE} = \dfrac{EA}{2l}(w_C - v_C).$

4) $\quad N_{AB} + N_{CE} = 0 \qquad \rightarrow \qquad w_B = w_C = \tfrac{1}{3}(2v_C - v_B - 4l\bar{\varepsilon}).$