Università di Pisa

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

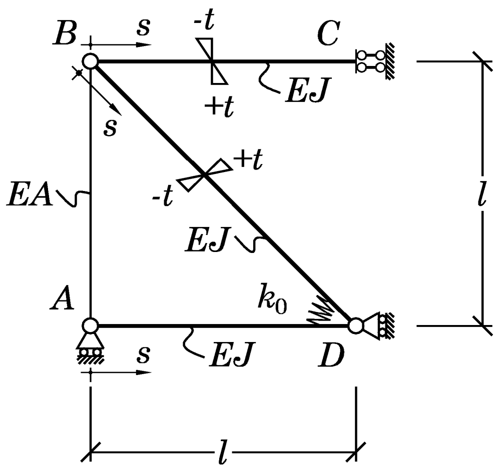
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Sintesi della soluzione della prova scritta del 15 gennaio 2014 – Parte I

Problema. Nel sistema di figura le travi *AD, BD, BCE* e *DF* sono *flessibili* ed *inestensibili*, mentre le travi *AB* e *EF* sono *estensibili*. Sulle travi *BCE, BD* e *ED* agisce una variazione termica della stessa intensità, con andamento lineare nello spessore *H* delle travi.



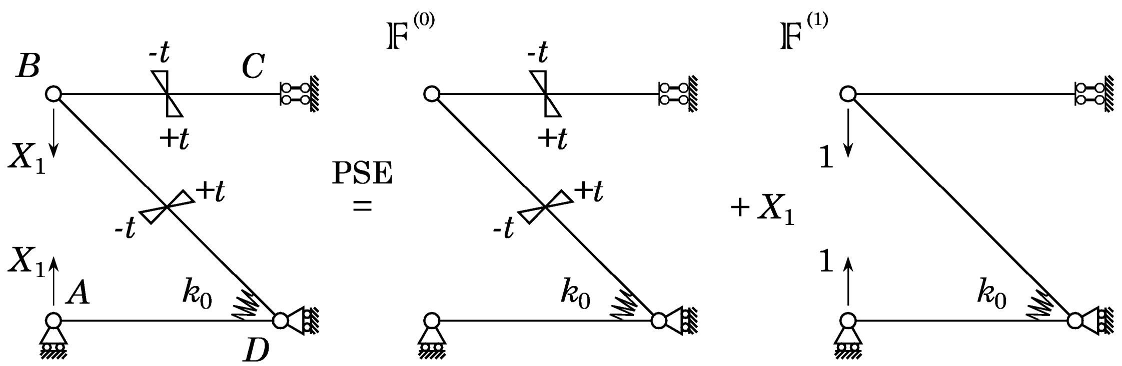
È facile provare che il sistema è simmetrico rispetto all'asse verticale passante per le sezioni *C* e *D*. È così possibile limitare lo studio alla sola parte *ABCD*, ponendo in *C* un doppio-pendolo e in *D* (tenendo conto della presenza della cerniera) un carrello, entrambi con piano di scorrimento verticale.

1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti *AD* (tratto 1), *BD* (tratto 2) e *BC* (tratto 3) che consentono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono le seguenti:

$EJv_1^{\mathrm{IV}} = 0$; $\quad EJv_2^{\mathrm{IV}} = 0$; $\quad EJv_3^{\mathrm{IV}} = 0$;

1. $v_1(0) = 0$;
2. $-EJv_1^{\mathrm{II}}(0) = 0$;
3. $v_1^{\mathrm{II}}(l) = v_2^{\mathrm{II}}\left(l\sqrt{2}\right) - \dfrac{2\alpha t}{H}$;
4. $-EJv_1^{\mathrm{II}}(l) = k_0\left[v_1^{\mathrm{I}}(l) - v_2^{\mathrm{I}}\left(l\sqrt{2}\right)\right]$;
5. $v_2\left(l\sqrt{2}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}v_1(l)$;
6. $v_1(l) = v_3(0)$;
7. $v_2(0) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}v_3(0)$;
8. $-v_2^{\mathrm{II}}(0) + \dfrac{2\alpha t}{H} = 0$;
9. $v_3^{\mathrm{II}}(0) + \dfrac{2\alpha t}{H} = 0$;
10. $-EJv_1^{\mathrm{III}}(l) = \underbrace{-\dfrac{EA}{l}v_3(0)}_{N_{AB}}$;
11. $v_3^{\mathrm{I}}(l) = 0$;
12. $-EJv_3^{\mathrm{III}}(l) = 0$;

2) Avendo scelto il valore della sforzo normale dell'asta *AB* come incognita iperstatica X_1 e facendo ricorso al metodo delle forze, per il principio di sovrapposizione degli effetti, il sistema effettivo può essere decomposto come segue:



$$\left[w_B - w_A = -\frac{X_1}{EA}l\right]$$

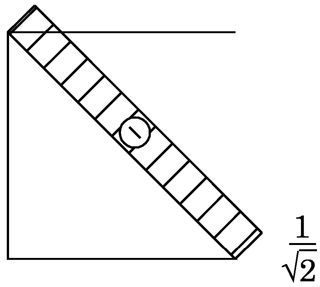
Considerazioni di equilibrio per i sistemi $\mathbf{F}^{(0)}$ e $\mathbf{F}^{(1)}$ impongono che le reazioni vincolari esterne siano nulle. Le caratteristiche della sollecitazione nel sistema $\mathbf{F}^{(0)}$ sono anch'esse nulle; quelle nei vari tratti del sistema $\mathbf{F}^{(1)}$ sono raccolte nella tabella a lato, dove:

$$s \in \begin{cases} (0,\, l) & \text{per } AD \\ (0,\, \sqrt{2}\, l) & \text{per } BD \end{cases}$$

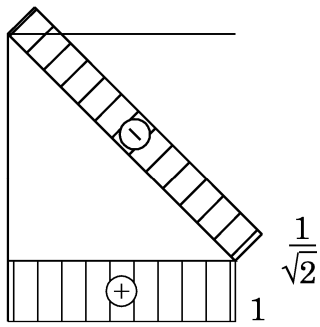
	N_1	T_1	M_1
AD	0	1	s
BC	0	0	0
BD	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2} s$

A loro volta, i diagrammi quotati delle CdS sono riportati di seguito.

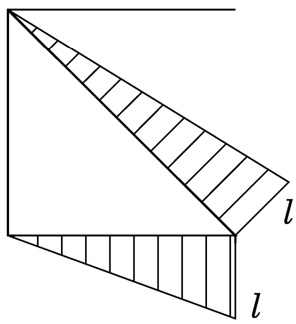
N_1



T_1



M_1



Facili calcoli dimostrano che i coefficienti di Müller-Breslau sono:

$$\eta_1 = -\frac{X_1}{EA} l\,; \qquad \eta_{10} = \sqrt{2}\,\frac{\alpha t l^2}{H}\,; \qquad \eta_{11} = \frac{l^2}{k_0} + \frac{1+\sqrt{2}}{3}\frac{l^3}{EJ}\,.$$

Conseguentemente,

$$X_1 = -\frac{\sqrt{2}\,\dfrac{\alpha t l}{H}}{\dfrac{l}{k_0} + \dfrac{1+\sqrt{2}}{3}\dfrac{l^2}{EJ} + \dfrac{1}{EA}}\,.$$

Nel caso in cui le travi *AD*, *BC* e *BD* possano essere considerate rigide, l'energia meccanica immagazzinata nel sistema è

$$U = \frac{\left(\dfrac{\alpha t}{H}\right)^2 l^3}{\dfrac{l}{k_0} + \dfrac{1}{EA}}\,.$$

16 gennaio 2014