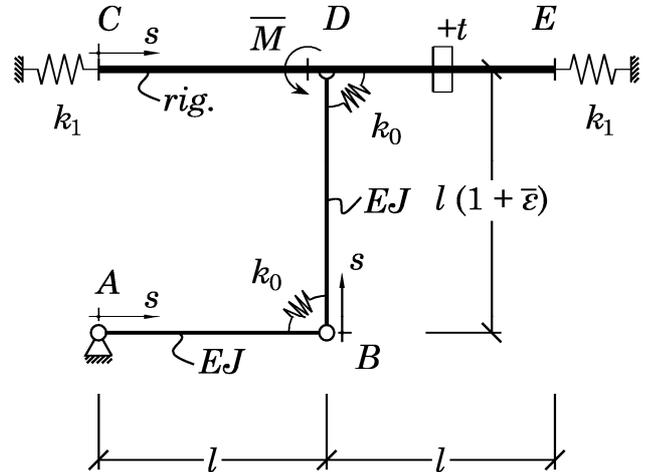


Università di Pisa  
 Esame di **SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**  
 Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale  
 Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Sintesi della soluzione della prova scritta del 3 febbraio 2014 – Parte I

**Problema.** Nel sistema di figura le travi  $AB$  e  $BD$  sono flessibili ed inestensibili, mentre le travi  $CD$  e  $DE$  sono rigide. Sulle travi  $CD$  e  $DE$  agiscono la variazione termica, costante nello spessore delle travi. Inoltre, in corrispondenza della sezione  $D$  della trave  $CD$  è applicata una coppia concentrata di intensità  $\bar{M}$ .

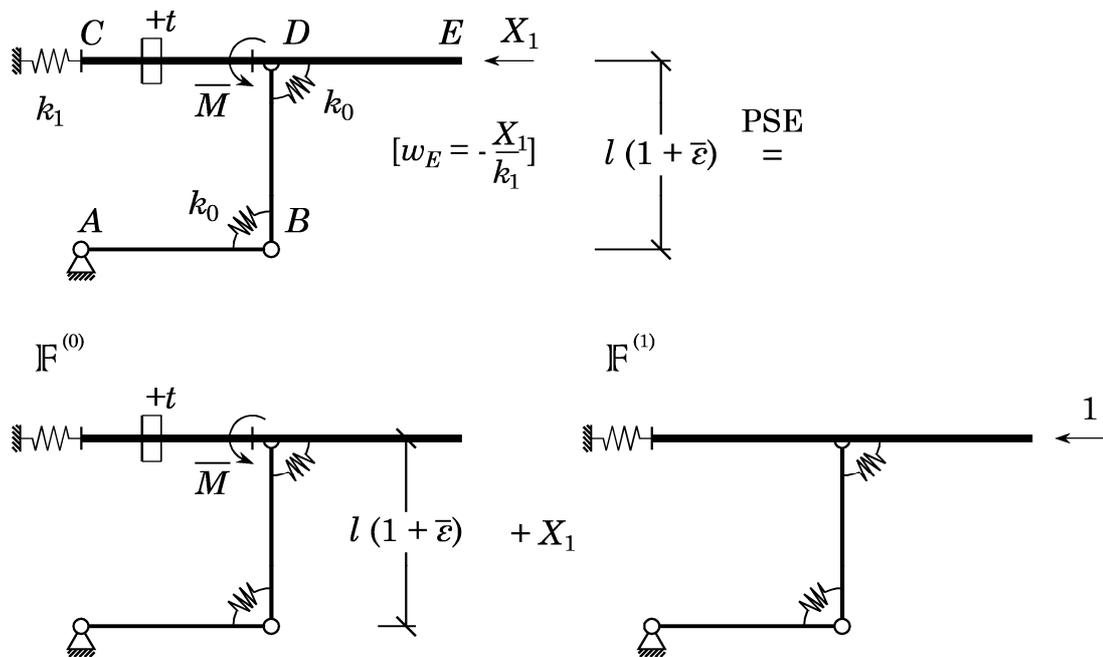


- 1) Le equazioni differenziali e le condizioni al bordo per i tratti  $AB$  (tratto 1),  $BD$  (tratto 2) e  $CDE$  (tratto 3) che consentono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica sono le seguenti:

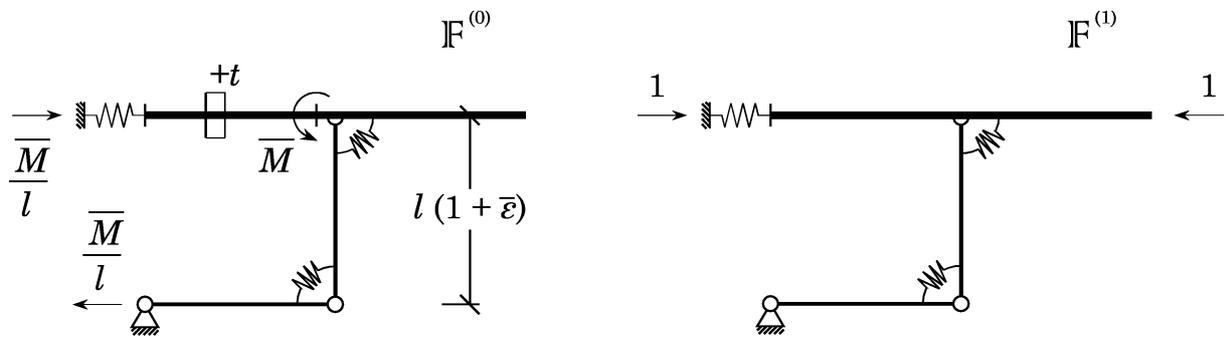
$$EJv_1^{IV} = 0; \quad EJv_2^{IV} = 0; \quad w_3^I = \alpha t;$$

- |                                |                                       |                                                  |
|--------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------|
| 1. $v_1(0) = 0;$               | 2. $-EJv_1^{II}(0) = 0;$              | 3. $-EJv_1^{III}(0) = 0;$                        |
| 4. $v_2(0) = 0;$               | 5. $-EJv_1^{II}(l) = -EJv_2^{II}(0);$ | 6. $-EJv_1^{II}(l) = k_0[v_1^I(l) - v_2^I(0)];$  |
| 7. $-EJv_2^{II}(l) = \bar{M};$ | 8. $v_2(l) = w_3(l);$                 | 9. $k_1[w_3(0) + w_3(2l)] - EJv_2^{III}(l) = 0.$ |

- 2) Avendo scelto il valore della reazione esercitata dall'appoggio cedevole in  $E$  come incognita iperstatica  $X_1$  e facendo ricorso al metodo delle forze, per il principio di sovrapposizione degli effetti, il sistema effettivo può essere decomposto come segue:



Facili considerazioni di equilibrio permettono di calcolare le reazioni esercitate dai vincoli, indicate per i sottosistemi  $F^{(0)}$  e  $F^{(1)}$  nelle figure seguenti.



Le caratteristiche della sollecitazione nei vari tratti e nei due sistemi sono raccolte nella tabella seguente.

	$N_0$	$T_0$	$M_0$	$N_1$	$T_1$	$M_1$
$AB$	$\frac{\bar{M}}{l}$	0	0	0	0	0
$BD$	0	$\frac{\bar{M}}{l}$	$\frac{\bar{M}}{l} s$	0	0	0
$CD$	$-\frac{\bar{M}}{l}$	0	0	-1	0	0
$DE$	0	0	0	-1	0	0

I diagrammi quotati delle CdS sono riportati nella figura seguente.

I coefficienti di Müller-Breslau sono:

$$\eta_{11} = -\frac{X_1}{k_1}; \quad \eta_{10} = \frac{\bar{M}}{k_1 l} - 2\alpha t l; \quad \eta_{11} = \frac{1}{k_1}.$$

Conseguentemente,

$$X_1 = k_1 \alpha t l - \frac{\bar{M}}{2l}.$$

3) Lo spostamento verticale del nodo D è:  $v_3(l) = \frac{\bar{M} l^2}{6EJ} \left( 1 - \frac{3EJ}{k_1 l^2} \right) - \epsilon l.$

