

**Problema 1**

1) Ai fini del calcolo dei momenti statici e d'inerzia, gli assi  $x$  ed  $y$  sono di simmetria, per cui  $O$  coincide col centro della figura ed il sistema di riferimento  $Oxy$  è principale d'inerzia. I momenti d'inerzia risultano

$$J_x = \frac{4}{3}(1 + \sqrt{2})a^3t, \quad J_y = \frac{4}{3}\sqrt{2}a^3t.$$

2) Tensioni normali:

$$\sigma_z(y) = \frac{N}{A} + \frac{Na}{J_x}y = \frac{5}{2}(\sqrt{2} - 1)\left(1 + 3\frac{y}{a}\right)\frac{P}{at},$$

dove  $A = 4(1 + \sqrt{2})at$  è l'area della sezione.

3) Tensioni tangenziali:

$$AB) \tau_{zn}(\eta_1) = \frac{3}{16}(2 - \sqrt{2})\frac{\eta_1^2}{a^2}\frac{P}{at};$$

$$BC) \tau_{zn}(\eta_2) = \frac{3}{8}\left[2 - \sqrt{2} + (\sqrt{2} - 1)\frac{\eta_2(2a - \eta_2)}{a^2}\right]\frac{P}{at};$$

$$CD) \tau_{zn}(\eta_3) = \frac{3}{8}\left[1 + (\sqrt{2} - 1)\frac{\eta_3^2}{a^2}\right]\frac{P}{at};$$

$$DE) \tau_{zn}(\eta_4) = \frac{3}{16}\left[2\sqrt{2} + (\sqrt{2} - 1)\frac{\eta_4(4a - \sqrt{2}\eta_4)}{a^2}\right]\frac{P}{at}.$$

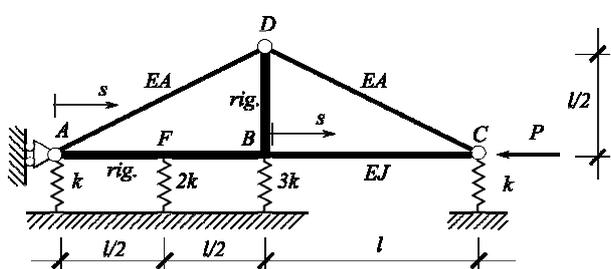
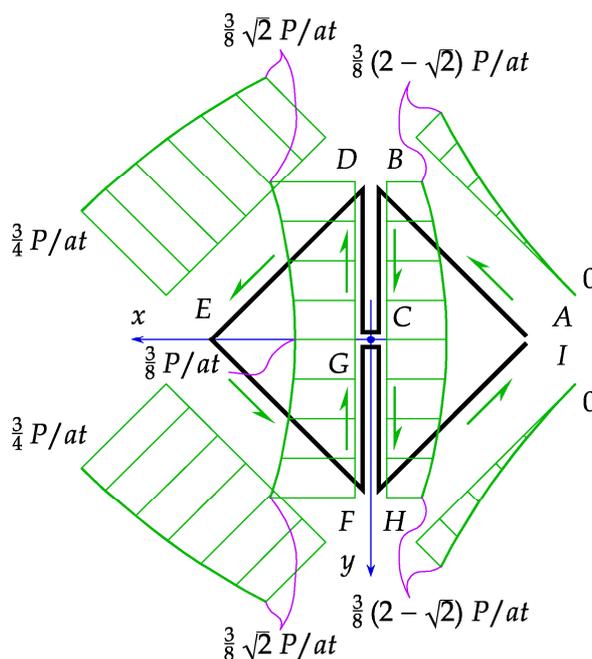
Sui tratti  $EF$ ,  $FG$ ,  $GH$  ed  $HI$  le tensioni tangenziali hanno andamenti antisimmetrici rispetto all'asse  $x$ .

4) Tensione ideale in  $F$  secondo il criterio di crisi di Tresca:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zn}^2} = \sqrt{300 + \frac{9}{8} - 200\sqrt{2}}\frac{P}{at} \cong 4.28\frac{P}{at}.$$

5) Ascissa del centro di taglio (i tratti verticali non danno contributo):

$$x_T = 2 \frac{\int_0^{\sqrt{2}a} \tau_{zn}(\eta_1) \frac{\sqrt{2}}{2} a d\eta_1 + \int_0^{\sqrt{2}a} \tau_{zn}(\eta_4) \frac{\sqrt{2}}{2} a d\eta_4}{T_y} = \frac{3}{2}a.$$



**Problema 2**

1) Equazione differenziale (trave  $BC$ ):

$$EJv'''' + Pv'' = 0.$$

Condizioni al bordo:

$$EJv''(0) - P[v(l) - v(0)] + klv(l) + \frac{N_{CD}l}{\sqrt{5}} = 0,$$

$$EJv''''(l) + Pv'(l) - kv(l) - \frac{N_{CD}}{\sqrt{5}} = 0,$$

$$v''(l) = 0, \quad 6v(0) - 2lv'(0) + v(l) = 0,$$

dove lo sforzo normale nell'asta  $CD$  vale  $N_{CD} = \frac{2EA}{5l}[v(l) - v(0) - lv'(0)]$ .

2) Carico critico nel caso limite in cui anche la trave  $BC$  può essere considerata rigida:  $P = \frac{33}{28}kl$ .

Avvertenze: scrivere su ogni foglio protocollo il proprio nome, cognome e numero di matricola e corso di laurea; alla fine della prova, consegnare tutti i fogli utilizzati.